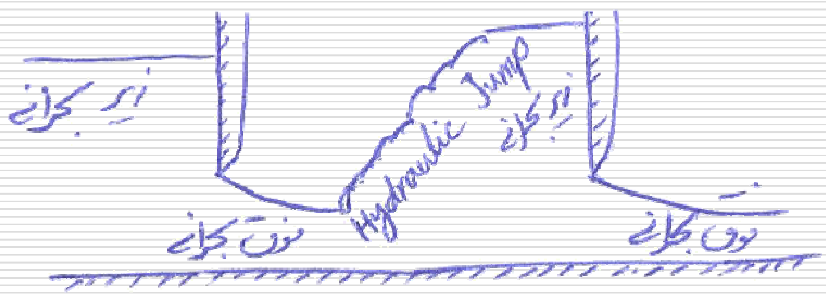
فصل ۳

کاربرد اصل مومنتوم در جریان کانالهای باز

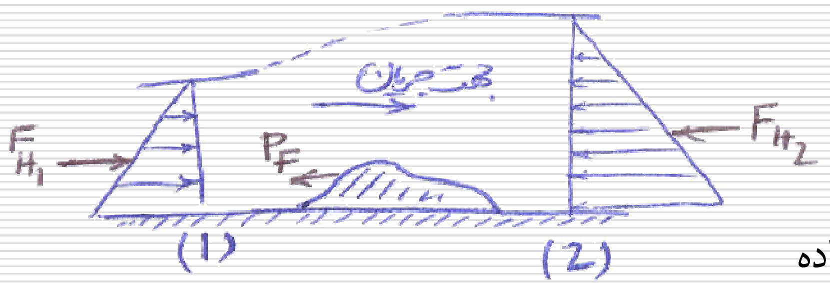
- از طریق پرش هیدرولیکی جریان فوق بحرانی به جریان زیر بحرانی تبدیل می‌شود.چون در پرش هیدرولیکی، افت انرژی زیاد است، نمی توان از معادله انرژی بهره گرفت.

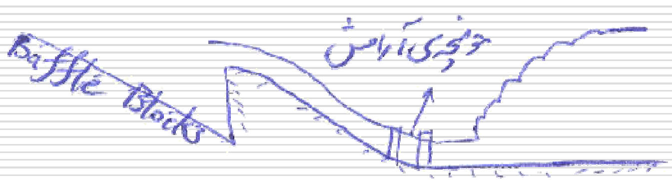


- تابع مومنتوم – کانالهای مستطیلی

مواد خاص از شکل بالا عبارتند از:

- $p_f \neq 0 \ , \ \Delta E = 0$ دریچه کشویی
- $p_f = 0 \ , \ \Delta E \neq 0$ پرش هیدرولیکی ساده
- $p_f \neq 0 \ , \ \Delta E \neq 0$ پرش هیدرولیکی به کمک موانع (پایه)





نیوری رو به حرکت به توده ای آب محصور بین مقاطع ۱ و ۲ وارد می‌شود:

$$\Delta(Q\rho V) = (Q\rho V)_2 - (Q\rho V)_1$$
$$= F_{H1} - F_{H2} - P_f \quad (I)$$

برای مقطع مستطیلی، عرض واحد کانال را در نظر بگیرید:

$$(I) \Rightarrow q\rho V_2 - q\rho V_1 = \frac{\gamma}{2} y_1^{\,2} - \frac{\gamma}{2} y_2^{\,2} - P_f \quad , \quad V = \frac{q}{b} \quad (b=1)$$
$$\Rightarrow \frac{P_f}{\gamma} = (\frac{q^2}{gy_1} + \frac{y_1^{\,2}}{2}) - (\frac{q^2}{gy_2} + \frac{y_2^{\,2}}{2}) = M_1 - M_2$$

طبق تعریف M : تابع مومنتوم

$$M = (\frac{q^2}{gy} + \frac{y^2}{2})$$

کاربرد اصل مومنتوم

در پرش هیدرولیکی ساده:

$$P_f = 0 \Rightarrow M_1 = M_2 \Rightarrow \frac{q^2}{g}\left(\frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_2}\right) = \frac{1}{2}\left(y_1{}^2 - y_2{}^2\right)$$

$$\Rightarrow \frac{q^2}{2gy^1y^2} = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)$$

با $q = V_1 y_1$ داریم :

$$\frac{V_1{}^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{y_2}{y_1}(y_2 - y_1) \xrightarrow[\times \gamma]{} \frac{V_1{}^2}{g} = Fr_1{}^2 = \frac{1}{2}\frac{y_2}{y_1}\left(\frac{y_2}{y_1} + 1\right)$$

y2 مجهول : معادله پرش هیدرولیکی:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8Fr_1{}^2} - 1\right)$$

y1: مجهول

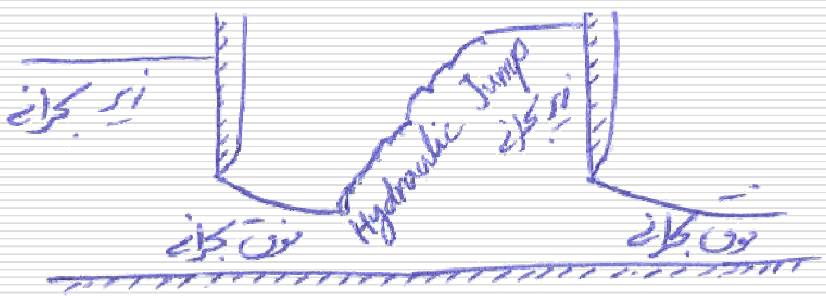
$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8Fr_2{}^2} - 1\right)$$

y1 , y2 را عمق های مزدوج (Conjagate Depths)

یا متوالی (alternative) می‌نامیم.

اگر با داشتن $y1$, $v1$, $y2$ را محاسبه کنیم، اینکه آیا پرش هیدرولیکی رخ می‌دهد، تابع شرایط پایین دست است (چون $y2$ زیر بحرانی است). یکی از این شرایط $v2$ است. یعنی اولین شکل صفحه قبل لزومی ندارد که پرش هیدرولیکی رخ داده باشد. فرض می کنیم پرش رخ داده است:

لذا محل تشکیل پرش به بالادست منتقل می‌شود تا اینکه دریچه ۱ غرق شود.

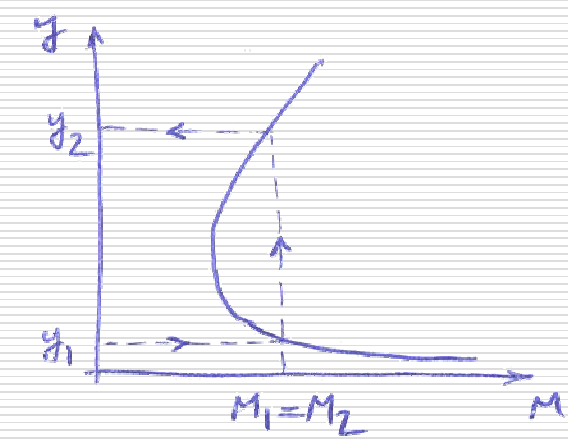


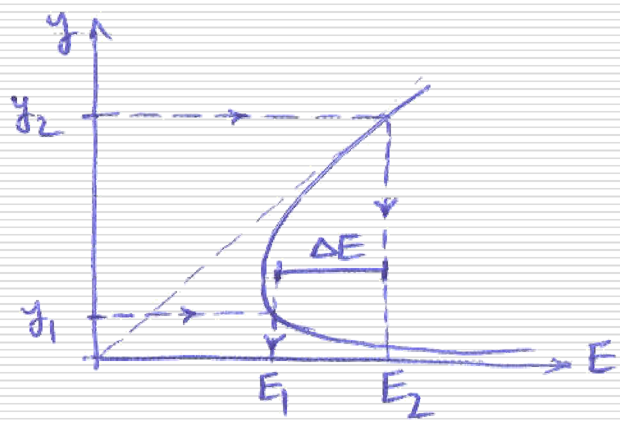
محل تشکیل پرش به پایین دست منتقل می‌شود تا جایی که ؟ بیشتر باز کردن دریچه ۱ جریان فوق بحرانی بالادست بدن برخورد با دریچه ۲ از زیر آن عبور می‌کند.

رابطه $y1$, $y2$ عکس یکدیگر است.

کاربرد اصل مومنتوم

- رابطه M-y:
  - با داشتن مشخصات جریان در بالادست برش (y_1, v_1) می‌خواهیم افت انرژی ناشی از پرش را بیابیم.
  - ابتدا با استفاده از معادله مومنتوم یا به صورت گرافیکی (منحنی فوق) y_2 را می یابیم.
  - انرژی مخصوص متناظر با ۲ حالت را یافته و تفاضل آنها را حساب می نماییم.



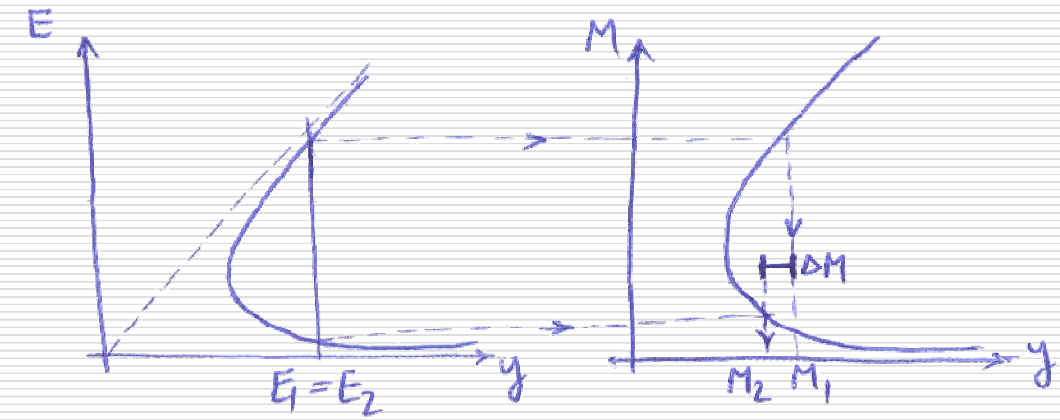


مقطع مستطیلی : $\leftarrow$ $$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_1 y_2}$$

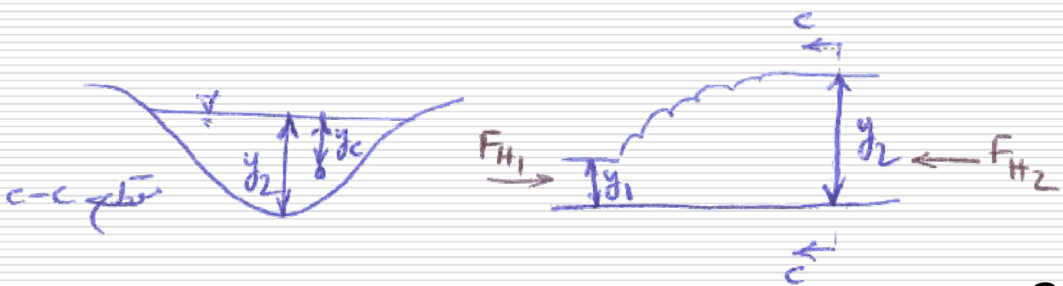
- حل مسأله دریچه کشویی

$$M_1 > M_2$$

$$\frac{P_f}{\gamma} = M_1 - M_2$$



- مقطع های غیرمستطیلی



$$F_{H1} - F_{H2} = \rho Q(V_2 - V_1)$$

جایگزینی V با $\frac{Q}{A}$ و تقسیم بر γ

$$Ah_{c1} + \frac{Q^2}{gA_1} = Ah_{c2} + \frac{Q^2}{gA_2}$$

تابع مومنتم : $M = Ah_c + \frac{Q^2}{gA}$

A_{hc} گشتاور اول نسبت به سطح آب است. h_c تابعی از y و هندسه مقطع عرضی کانال است.

برای مقطع ذوزنقه ای :

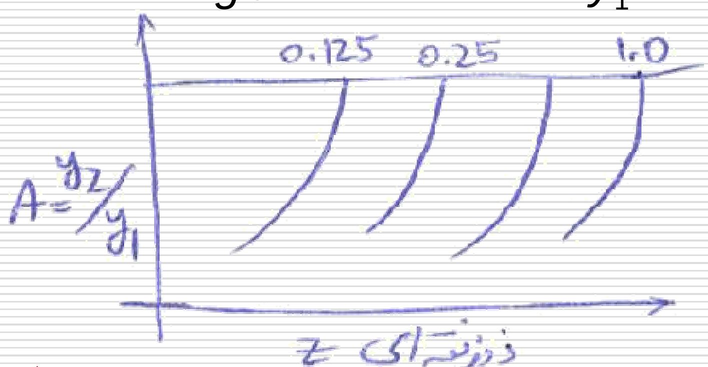
$$M=\frac{by^2}{2}+\frac{my^3}{3}+\frac{Q^2}{gy(b+my)}$$

اگر شرایط بالادست (y_1 , v_1) معلوم باشد و قرار دادن $M_1 = M_2$ و بی بعد کردن معادله خواهیم داشت:

$$\frac{1.5A^2}{y_1'}+A^3+\frac{3z^2}{Ay_1'^4(1+Ay_1')}=\frac{1.5}{y_1'}+1+\frac{3z^2}{y_1'^4(1+y_1')}$$

$$z^2=\frac{Q^2m^3}{gb^5} \quad , \quad A=\frac{y_2}{y_1} \quad , \quad y_1'=\frac{my_1}{b}$$

این معادله را در مقادیر مختلف A و y_1' مستقیماً برای Z حل می کنیم. آن گاه منحنی زیر را رسم می‌نماییم:



$$\frac{y_2}{y_1}=f(y_1',z) \quad , \quad y_1'=\frac{my_1}{b}$$